**Ćwiczenia ?:**

**Zadanie 1:**

Rzucamy 3x monetą. X to liczba uzyskanych orłów. Należy wyznaczyć:

1. Funkcję gęstości prawdopodobieństwa
2. Dystrybuantę zmiennej X
3. Prawdopodobieństwo: , ,
4. Wyznaczyć średnią [wartość oczekiwaną, przeciętną] E(X) i odchylenie standardowe

Każdy pojedynczy wynik to tzw. **zdarzenie elementarne**, zaś zbiór zdarzeń elementarnych to tzw. **przestrzeń wyników** i oznaczamy ją jako: .

W tym zadaniu przestrzeń wyników wynosi: czyli 0 orłów, 1 orzeł.. 3 orły mogły wypaść podczas rzutów.

Ponieważ 3 razy rzucamy monetą cały zbiór składa się z ośmiu zdarzeń elementarnych, w których są trzy elementowe ciągi gdzie każdy z elementów oznacza wynik rzutu monetą orzeł/ reszka = (o lub r). Zatem przestrzeń wyników możemy zapisać jako:

Jeżeli w przestrzeni zdarzeń elementarnych jest skończenie wiele wyników i wszystkie są jednakowo prawdopodobne do wyznaczenia prawdopodobieństwa możemy zastosować model klasyczny, czyli:

**Prawdopodobieństwem** danego zdarzenia A nazywamy iloraz zdarzeń elementarnych odpowiadających zdarzeniu A, przez liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych, zatem:

gdzie:

oznacza liczbę zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A

liczba wszystkich zdarzeń elementarnych

Prawdopodobieństwo przynajmniej raz wyrzucenia orła zatem wynosi

Z tego wynika, że prawdopodobieństwo jest wartością tzn, że liczba zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu nie może przekroczyć wszystkich zdarzeń elementarnych. Ponadto prawdopodobieństwo może być ponieważ liczba ta nie może być ujemna. **Zdarzeniem przeciwnym** zaś nazywa się zdarzenie elementarne które nie odpowiada naszemu zdarzeniu.

Używając **zmiennej losowej X** możemy przejść opisowego na ilościowy opis doświadczeń. **Zmienna losowa X** to każda funkcja określona na o wartościach rzeczywistych, taka że dla każdej liczby rzeczywistej x określa taki zbiór zdarzeń elementarnych , dla których i jest zdarzeniem losowym.

Mamy dwa podstawowe typy zmiennych losowych: skokowe i ciągłe.

Tutaj wykorzystamy **zmienną skokową (dyskretną)** czyli taką która przyjmuje skończoną lub przeliczalną liczbę wartości. Często przedstawiamy taki rozkład w postaci tabeli.

Rozkładem prawdopodobieństwa rozkładem takiej zmiennej X nazywamy zbiór par:

X – przyjmuje wartość

prawdopodobieństwo z jakim zmienna X przyjmuje wartość czyli

**Ad.1**:

Dla poszczególnych zdarzeń losowych zmienna X zatem przyjmuje wartości:

Zatem mamy następujące wyniki, 0, 1, 2, 3 czyli:

wartości zero odpowiada jedno zdarzenie elementarne

wartości jeden odpowiadają trzy zdarzenia elementarne

wartościdwa odpowiadają trzy zdarzenia elementarne

wartości trzy odpowiada jedno zdarzenie elementarne

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **1** | **2** | **3** |
|  | 1/8 | 3/8 | 3/8 | 1/8 |

**Ad.2**:

**Dystrybuantą** zmiennej losowej X nazywa się funkcję zmiennej określoną wzorem:

czyli jest to prawdopodobieństwo skumulowane.

Dystrybuanta zmiennej losowej typu skokowego określana jest wzorem gdzie sumowanie rozciąga się na te wskaźniki dla których .

* dla – nic nie sumujemy bo na lewo do jakiegokolwiek z tego przedziału zmienna nie ma żadnej wartości
* dla uwzględniamy tylko jedną wartość
* dla
* dla
* dla

Zatem dystrybuanta ma postać:

**Ad.3**: